1 Inleiding

Worden de maanden langer of korter?

In 1695 had de Engelse astronoom Halley berekend dat in de loop van de laatste 800 jaar (vóór 1695) de maanden korter waren geworden. In zijn tijd zou een maand 0,0002 (twee-tienduizendste) uur korter hebben geduurd dan aan het eind van de negende eeuw (dat is ongeveer 800 jaar voor 1695). Een spectaculair nauwkeurig resultaat. Verderop zullen we zien hoe Halley dat gevonden zou kunnen hebben. We nemen nu eerst even aan dat hij gelijk had en dat het korter worden van de maanden in hetzelfde tempo doorging na 1695.

Edmond Halley
1656 - 1742

Opgave 1

a. Over ongeveer hoeveel miljoen jaar is de maand een dag (= 24 uur) korter geworden?
b. Na hoeveel jaar duurt een maand nog maar één dag? Neem voor een maand 30 dagen.

Je voelt al nattigheid want in dit model van korter wordende maanden zal er ook een moment komen dat de omloop van de maan om de aarde slechts 0 uur duurt! Het model kan dus op langere termijn niet kloppen.

De zon heeft iets meer dan 5 miljard jaar voor de boeg. De aarde haalt deze leeftijd niet ten gevolge van het uitdijen van de stervende zon. Maar bovenstaand model van het korter worden van een maand geeft nog een extra beperking aan de leeftijd die onze aarde kan halen.

Waarop Edmond Haley zijn berekeningen baseerde is niet bekend. Een mogelijkheid wordt door de Utrechtse astronoom Frank Verbunt geopperd. Wij volgen diens redenering.
De Arabier Al-Battani (850-923) beschreef verschillende zonsverduisteringen. Je hebt een (totale) zonsverduistering als de maan de zon precies bedekt. Wat je dan nog ziet is een verlichte ijle atmosfeer die om de zon heen zit: de zogenaamde corona.

Opmerking
Dat de maan de zon precies kan bedekken is eigenlijk toeval. De maan is immers veel kleiner dan de zon. Maar de zon staat veel verder van de aarde dan de maan. Daarom is het mogelijk dat we ze (toevallig) toch even groot zien.

Zonsverduisteringen treden uitsluitend op bij Nieuwe Maan.

Opgave 2

Kun je dit verklaren?

Dus tussen twee zonsverduisteringen zit altijd een *geheel* aantal maanden. Uit andere bronnen wist Halley al nauwkeurig hoe lang in zijn tijd een maand was. Hij kon dus 800 jaar terugrekenen naar de tijd van Al-Battani.

Een maand duurt ongeveer 29 dagen.

Opgave 3
Reken na dat er ongeveer 10.000 maanden in 800 jaar passen.
Neem voor een jaar 365 dagen.

Hiermee kon Halley berekenen wanneer Al-Battani een zonsverduistering gezien moest hebben.
Stel nou dat Halley had berekend dat er op een gegeven moment een zonsverduistering in Alexandrië (Egypte; $29^0 55'$ OL) plaats had moeten vinden, terwijl Al-Battani een zonsverduistering op die dag in Bagdad (Irak; $44^0 23'$ OL) verslaat.

Opgave 4
a. Hoeveel tijdsverschil is er tussen Alexandrië en Bagdad?

De maan draait van west naar oost.
b. Leg uit dat hieruit volgt dat de maand in de acht eeuwen *korter* is geworden.

We nemen de laatste maand voor de zonsverduistering in Bagdad als uitgangspunt. We nummeren de maanden die daarna komen: 1, 2, 3, 4, … , 10.000 (de laatste in Halley's tijd).
Zeg dat maand 1 a uur korter duurde, dan duurde maand 2 dus $2a$ uur korter, maand 3 duurde $3a$ uur korter, … , maand 10.000 duurde $10.000a$ uur korter.

Opgave 5
a. Wat is de totale tijdswinst (dus van alle 10.000 maanden tezamen), uitgedrukt in a?

Gezien de zonsverduistering die in Bagdad plaatsvond in plaats van in Alexandrië, bedraagt deze tijdwinst 1 uur.
b. Hoe groot is a dus?
c. Hoeveel is de 10.000ste maand (dus ten tijde van Halley) korter dan de maand ten tijde van Al-Battani?

Als een maan om een planeet draait (of een planeet om een ster), hebben we te maken met twee grootheden: de omlooptijd T (dat is de tijd die de maan nodig heeft om één keer rond te gaan) en de straal R van de baan. Er geldt: hoe groter R, des te groter T.

Opgave 6
Stel dat Halley gelijk had. Wat betekent dit dan voor de toekomst van aarde en maan?

De derde wet van Kepler geeft een precies verband tussen de omlooptijd T en de straal R. De derde wet van Kepler luidt: $T^2 \sim R^3$ of wel $T^2 = c\ R^3$ voor een evenredigheidsconstante c.

De omlooptijd van de maan is ongeveer 29 maal 24 uur en de afstand van (het middelpunt van) de aarde tot (het middelpunt van) de maan is 384.400 km.

Opgave 7
a. Bereken de evenredigheidsconstante *c*, als we *T* rekenen in uren en *R* in km.

De straal van de aarde is 6371 km en de straal van de maan is 1738 km.
b. Bij welke omlooptijd zou de maan over de Himalaya (8850 meter hoog) scheren?
c. Wanneer ongeveer wordt volgens Halley dit spektakelstuk bereikt? Dat hoeft niet nauwkeurig; we kijken hierbij niet op een paar jaar.

Overigens zal het nooit zo ver komen … . Want tegenwoordig kunnen we de afstand tussen aarde en maan heel nauwkeurig meten (met behulp van laserlicht). Er blijkt dat die afstand niet kleiner wordt, maar juist groter! De afstand aarde-maan neemt namelijk jaarlijks toe met 3,82 cm. Dus op den duur raken we onze maan kwijt.

Opgave 8
Wat betekent deze meting voor de lengte van de maand?

Opgave 9
a. Hoe lang duurt het voordat de afstand aarde-maan met 10% is toegenomen?
b. Met hoeveel procent is de omlooptijd van de maan dan toegenomen?

Hoe is dit te verklaren. Ook al spreken de moderne metingen Halley tegen, toch is de vraag: op grond waarvan heeft Halley zijn conclusies getrokken?
We zullen in dit project proberen te begrijpen wat er aan de hand is. We zullen enkele fundamentele wetten in de astrofysica leren en daarmee beter de werkelijkheid van de kosmos doorgronden. En wiskunde blijkt buitengewoon behulpzaam te zijn.

Aarde en maan vormen een zogenaamde dubbelplaneet: dit zijn twee hemellichamen die om elkaar heen draaien. Zorgvuldige analyse van de natuurkundewetten leidt voor deze dubbelplaneet tot het volgende.
1. Het *aantal* dagen in een maand neemt af. Dus worden de maanden korter. Halley had gelijk.
2. De dagen zelf worden langer.

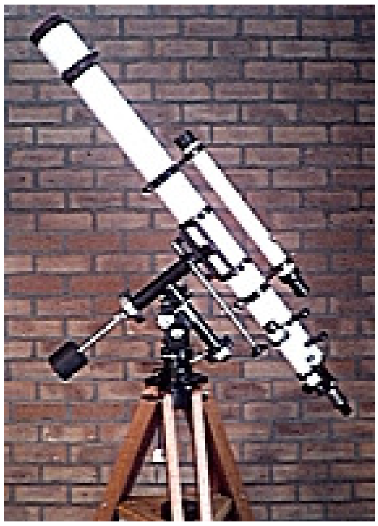
Opgave 10
Stel dat in een zekere periode het aantal dagen met 10% afneemt, en dat de daglengte met 15% toeneemt.
Wat gebeurt er dan met de duur van een maand?

Het blijkt dat de twee elkaar tegenwerkende ontwikkelingen 1 en 2 resulteren in het langer worden van de maand (punt 2 heeft iets de overhand).

We zullen hetgeen we geleerd hebben ook toepassen op twee andere dubbelplaneten: Mars-Phobos en Neptunis-Triton. We zullen zien dat weliswaar dezelfde wetten gelden, maar ze toch een ander noodlot tegemoet gaan.

De natuurkundige wetten hebben een logische samenhang en logische gevolgen. Hiermee zullen we bijvoorbeeld beter begrijpen dat planeten in één vlak bewegen, dat de perkenwet geldt en het gyroscopisch effect optreedt. Beginnend met een toelichting op de wetten van Newton gaan we langs een wiskundige weg de gevolgen bekijken en terugvertalen naar de werkelijkheid.

Coördinaten aan de hemel



Je zoekt met je kijker de hemel af. De kijker heeft een beeldveld van 3°.

De sterren staan niet stil aan de hemel! Ten gevolge van de aardrotatie schuiven sterren over je beeld.

Opgave 11

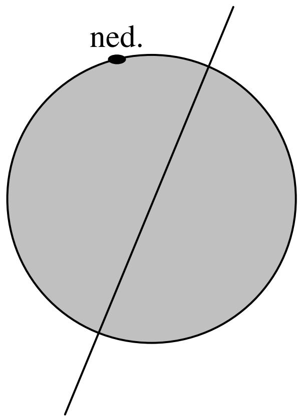
Hoe lang zal een ster maximaal in beeld blijven?

Als de kijker star is opgesteld, ben je een ster dus vrij snel kwijt. Daarom is het van belang dat je de kijker kunt draaien.

Opgave 12

a. Wat weet je van de schijnbare baan van de sterren aan de hemel?
b. Bewegen de sterren zich van oost naar west of van west naar oost?

Opgave 13



De poolster staat praktisch in de richting van de aardas (dat scheelt minder dan 1°). Je richt in Nederland een kijker op de poolster.

a. Welke hoek maakt de (as van de) kijker dan met het horizontale aardoppervlak? (Nederland ligt op 52° NB).

De **poolshoogte** is de hoek die de richting-poolster maakt het horizontale aardoppervlak.

b. Wat is de poolshoogte voor een waarnemer op de kreeftskeerking (23,5° NB)?

Opgave 14

Je kent het gezegde *poolshoogte nemen* vast wel.

a.. Wat betekent dat?

Zie hiernaast voor de oorsprong van het gezegde.

b. Wat vertelt de hoogte van de Poolster over de plaats van het schip op zee?

Poolshoogte nemen is van oorsprong een zeevaartterm; het betekent 'met behulp van de Poolster berekenen waar het schip zich op zee bevindt'.

De afstand aan de hemel

Om te zeggen hoe ver twee sterren S_1 en S_2 van elkaar staan, bepalen we de hoek S_1WS_2, waarbij W de waarnemer is. Het gaat hierbij om de schijnbare posities: de posities zoals die vanuit de aarde worden waargenomen.

Opgave 15

a. Maakt het voor de hoek S_1WS_2 uit waar op aarde de waarnemer W zich bevindt?
b. Als de afstand van een ster met de poolster 90° – poolshoogte is, wat weet je dan van de plaats van de ster ten opzichte van de waarnemer?

We zeggen dan dat de ster in het **zenit** staat.

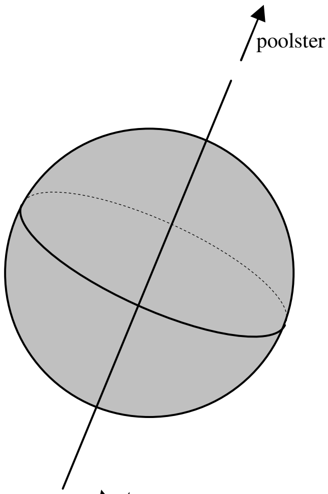
Opmerking
Het antwoord op vraag 15a is *nee*. Het maakt voor de hoek S_1WS_2 niet uit waar op aarde de waarnemer zich bevindt. Dat komt omdat de sterren zo ver weg staan. Stel dat twee waarnemers die 10000 km van elkaar af staan naar de dichtstbijzijnde ster (niet de zon) kijken; die staat op een afstand van ruim $4 \cdot 10^{13}$ km. Noem de hoek tussen hun kijkrichtingen α.

Via de tan of sin kun je α berekenen. α blijkt dermate klein te zijn, dat je de kijkrichtingen van de twee waarnemers als parallel mag beschouwen.

Opgave 16
In het sterrenbeeld Grote Beer bevinden zich de sterren Mizar en Alcor op schijnbare afstand 11' (11 boogminuten) van elkaar. $1' = \frac{1}{60}°$. Hun werkelijke onderlinge afstand bedraagt ten minste 0,75 lichtjaren.
Hoever staan de sterren minstens van de aarde af?

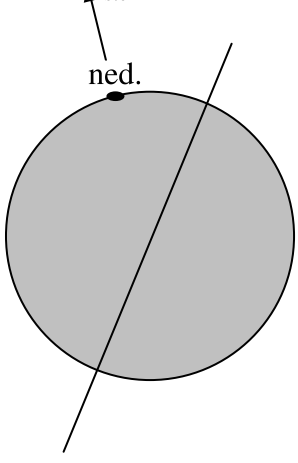
De hoek die de richting naar de ster maakt met het horizontale aardoppervlak heet de **hoogte** van de ster. De poolshoogte is de hoogte van de poolster.

Opgave 17
a. Wat is de hoogte van een ster in het zenit?
b. Overtuig je ervan dat de hoogte van een ster niet verandert tijdens een dag en niet tijdens een jaar.



Opgave 18
Van een ster is de afstand tot de poolster 90°.
a. Wat weet je dan van de plaats van de ster ten opzichte van de aarde?
b. Hoeveel uur is de ster dan "op", dat wil zeggen boven de horizon?

We volgen de ster met een kijker. We bewegen onze kijker mee met de ster.
c. Hoeveel graden moeten we de kijker per minuut verdraaien?



Opgave 19
We volgen in Nederland een ster die in het zenit staat. De richting van de kijker moet continu worden bijgesteld. Hij beschrijft de mantel van een kegel.
Hoeveel graden moet de kijker per minuut worden gedraaid?

Opgave 20
Een ster kan opkomen en ondergaan. Een ster die niet ondergaat, heet **circumpolair**.

a Wat weet je van de hoogte van een circumpolaire ster (in Nederland)?

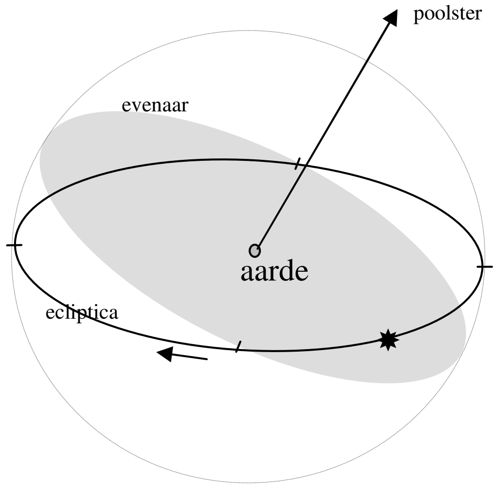
Op de noordpool zijn alle sterren die zich boven de horizon bevinden circumpolair.

b. Leg dat uit.

c. Hoe lang is een ster die opkomt en ondergaat "op"?

De aarde beweegt om de zon. We bekijken de situatie vanuit de aarde: de zon beweegt om de aarde in een vrijwel cirkelvormige baan.

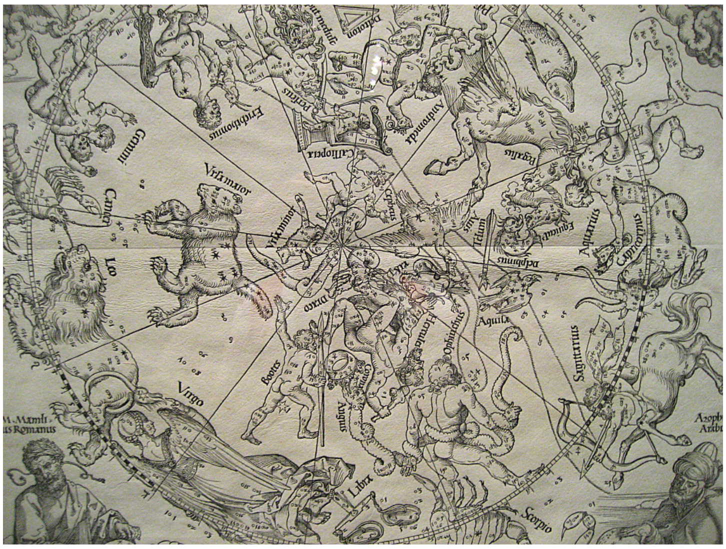
De baan van de zon aan de hemel heet de ecliptica.
Het lentepunt is het punt van de ecliptica waar de zon is in het begin van de lente (21 maart).



Opgave 21

Wijs het lentepunt aan in het plaatje hiernaast.
Ook het zomer-, herfst en winterpunt.

Een afbeelding van de dierenriem uit de vijftiende eeuw.



Bekijk de zon tegen de achtergrond van de verre sterren. Die achtergrond verschilt van dag tot dag: de zg. sterrenbeelden. Die vormen tezamen de dierenriem of zodiak.

De sterrenbeelden zijn overigens niet allemaal even groot, terwijl de astrologie ervan uitgaat dat ieder sterrenbeeld 30 graden van de dierenriem in beslag neemt. Officieel staat de zon dus precies een maand in ieder sterrenbeeld, maar in werkelijkheid is dat langer of korter.